

## Διατρέχοντας την ιστορία της εκπαίδευσης και της τέχνης: Από τον Friedrich Froebel και τον Piet Mondrian στις σύγχρονες εφαρμογές

Υ.Δ. Διονύσιος Παναγιώτης Βασάλος

Σχολή Αρχιτεκτόνων, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, ΕΜΠ  
dierantle@gmail.com

Επίτιμος καθηγητής Δρ. Κωνσταντίνος Μωραΐτης

Σχολή Αρχιτεκτόνων, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, ΕΜΠ  
mor@arsissrc.gr

### Περίληψη

Η παρουσίασή μας αφορά στην εγγενή διασύνδεση της τέχνης με τις επιστήμες και, ειδικότερα, με τα μαθηματικά και τις ΤΠΕ. Ως συνδετικό κρίκο χρησιμοποιούμε τον πρωτοπόρο Γερμανό παιδαγωγό του 18<sup>ου</sup> αιώνα, Friedrich Froebel, τον ιδρυτή του Kindergarten, του πρώτου εκπαιδευτικού ιδρύματος για νήπια, μιας πρωτοποριακής σχολικής εμπειρίας που ενσωμάτωνε την έννοια του δομημένου καθοδηγούμενου παιχνιδιού ως ακρογωνιαίο λίθο της μάθησης (Elster, 2014). Το παιχνίδι αποτέλεσε βασική αρχή του συστήματος Froebel, ο οποίος υποστήριζε ότι τα παιδιά πρέπει να μαθαίνουν με παιγνιώδη τρόπο (Liebschner, 1992). Η ανάγκη των παιδιών να είναι δραστήρια και να παίζουν οδήγησε τον Froebel να δημιουργήσει τα «δώρα», μία σειρά από εκπαιδευτικά παιχνίδια, που θεωρούνται η σημαντικότερη συμβολή του στην εκπαίδευση (Provenzo, 2009). Η μελέτη μας, έχοντας αφετηρία τη νηπιακή εκπαίδευση, εστιάζει στην επόμενη εκπαιδευτική βαθμίδα, το δημοτικό, συμπλέοντας με τις απόψεις του Resnick (2007), ο οποίος υποστήριξε πως η σχολική εκπαίδευση και η ζωή γενικότερα πρέπει να μοιάσουν στο νηπιαγωγείο, καθώς οι μέθοδοί του ταιριάζουν περισσότερο στις ανάγκες του 21<sup>ου</sup> αιώνα. Στο πλαίσιο της μελέτης μας, θα παρουσιάσουμε παιγνιώδεις δραστηριότητες που εμπλέκουν τη ζωγραφική με τα μαθηματικά και τον προγραμματισμό, αξιοποιώντας το Scratch, μία γλώσσα οπτικού προγραμματισμού που δημιούργησε ο Resnick με την ομάδα του, συνδυάζοντας τη φιλοσοφία των «δώρων» του Froebel με την τεχνολογία του 21<sup>ου</sup> αιώνα. Σχετικά με τον προγραμματισμό, ο Berry (2013) εικάζει ότι θα μπορούσε να πάρει τη θεμελιακή θέση που κατέχει το παιχνίδι στην εκπαιδευτική φιλοσοφία του Froebel, καθώς, όπως και το παιχνίδι προάγει τη φαντασία, την ευελιξία του νου, επιτρέπει στα παιδιά να ελέγχουν τις ιδέες τους και να μαθαίνουν από τα λάθη τους. Ολοκληρώνοντας, είναι σημαντικό να σημειώσουμε πως οι δραστηριότητες που παρουσιάζουμε βασίζονται σε έργα του Ολλανδού ζωγράφου, Piet Mondrian, που κατάγεται παιδαγωγικά από το εκπαιδευτικό σύστημα Froebel, καθώς ως νήπιο γαλουχήθηκε με τις αρχές του Froebel και, αργότερα, υπήρξε στέλεχος σε Kindergarten. Γίνεται, επομένως, εμφανέστατη η συσχέτιση τέχνης και σχολικής εκπαίδευσης κατά τη νεωτερική περίοδο, όπως και η επιρροή των παλαιότερων καταστατικών μεθόδων παιδαγωγικής στη σύγχρονη περίοδο.

**Λέξεις-κλειδιά:** τέχνη, εκπαίδευση, μαθηματικά, Scratch, Froebel, Mondrian.

### 1. Εισαγωγή

#### **1.1. Kindergarten: ένας παιδικός κήπος, όπου η μάθηση καλλιεργείται με παιχνίδι και ανθίζει μέσα από την τέχνη**

Το μάθημα των εικαστικών και οι παιγνιώδεις δραστηριότητες με τη χρήση εποπτικού υλικού αποτελούν κοινό τόπο στη σύγχρονη εκπαίδευση, ιδιαίτερα των μικρών μαθητών. Κάτι τέτοιο, όμως, δεν ήταν αυτονόητο κάποιους αιώνες πριν. Ο πρωτοπόρος Γερμανός παιδαγωγός, Friedrich Froebel (1782–1852), ο οποίος ίδρυσε το πρώτο παιδαγωγικό ίδρυμα για νήπια, το Kindergarten (κήπος για παιδιά) εφάρμοσε μία πρωτοποριακή μέθοδο διδασκαλίας που βασιζόταν στο παιχνίδι μέσα από τη διαχείριση φυσικών αντικειμένων και την τέχνη. Σε αυτό το πλαίσιο, δημιούργησε τα δικά του εκπαιδευτικά υλικά, τα οποία ονόμασε «δώρα» (Fröbelgaben), καθώς τα πρόσφερε στα παιδιά σαν δώρα, για να μάθουν



παίζοντας με αυτά. Σήμερα, σχεδόν δύο αιώνες αργότερα, η διαχείριση φυσικών αντικειμένων εξακολουθεί να αποτελεί βασική αρχή στην εκπαίδευση των νηπίων. Τα «δώρα» του Froebel και οι ιδέες του διαδόθηκαν σε όλο τον κόσμο, επηρεάζοντας βαθιά την ανάπτυξη γενεών μικρών παιδιών (Resnick, 1998).



Εικόνα 1. 1<sup>ο</sup> & 3<sup>ο</sup> Δώρο (Zuckerman, 2010, σ. 125)

Ο Froebel υποστήριζε ότι τα παιδιά πρέπει να μαθαίνουν με παιγνιώδη τρόπο (Liebschner, 1992) γι' αυτό και είχε ενσωματώσει στη μάθηση, ως ακρογωνιαίο λίθο, την έννοια του δομημένου καθοδηγούμενου παιχνιδιού (Elster, 2014). Θεωρούσε ότι το παιχνίδι είναι η υψηλότερη φάση της ανάπτυξης κατά την παιδική ηλικία, η πιο πνευματική δραστηριότητα του ανθρώπου κατά το στάδιο αυτό και ότι ο ρόλος του στη μετέπειτα ζωή του ήταν καθοριστικός (Froebel, 1887). Το παιχνίδι αποτελούσε, για τον Froebel, μια μορφή έντεχνης έκφρασης, καθώς συνδύαζε δημιουργικότητα και τέχνη, μέσα από την οποία το παιδί εξωτερικεύει τις εσωτερικές του επιθυμίες (Froebel, 1899). Ο Froebel τόνιζε τη διασύνδεση παιχνιδιού και ζωγραφικής, προωθώντας το σχέδιο τόσο ως μορφή παιχνιδιού όσο και ως μορφή τέχνης (Kelly & Jerry, 2009). Το σχέδιο κατείχε θεμελιώδη θέση στην παιδαγωγική του. Το θεωρούσε βασικό στοιχείο της εκπαιδευτικής κατάρτισης και της αγωγής, γενικότερα, του ατόμου (Froebel, 1899).

Όντας ο ίδιος παθιασμένος υπέρμαχος της τέχνης, πίστευε ότι τα μικρά παιδιά πρέπει να δημιουργούν τέχνη και να απολαμβάνουν την τέχνη των άλλων (Fox & Berry, 2008). Θεωρούσε σημαντικές τις καλλιτεχνικές δραστηριότητες, επειδή ενθάρρυναν την ολόπλευρη ανάπτυξη του παιδιού (Froebel, 1887). Είχε ενσωματώσει την τέχνη στη μελέτη της φύσης. Στα Kindergarten του, τα παιδιά μάθαιναν και δημιουργούσαν, αλληλεπιδρώντας με τη φύση. Η παρατήρηση και σχεδίαση φυσικών φαινομένων όξυνε την αντιληπτική τους ικανότητα και παρατηρητικότητα, αποτελούσε μέσο αυτοέκφρασης, παρείχε αισθητική ευχαρίστηση, αφύπνιζε μια στάση φροντίδας για τη φύση και, φυσικά, βελτίωνε τις δεξιότητες σχεδίασης. Ο Froebel, πρωτοπόρος για την εποχή του, έβλεπε το σχέδιο ως τη μητρική γραπτή γλώσσα του παιδιού, τη φυσική γλώσσα της παιδικής ηλικίας (Strauch-Nelson, 2012) και αλληλένδετο με τη γραπτή έκφραση, όπως «το φως και η σκιά, η νύχτα και η μέρα, η ψυχή και το σώμα» (Froebel, 1887: 79).

Οι ασκήσεις που χρησιμοποιούσε ο Froebel για την αγωγή των νηπίων από την πρώιμη κιάλας ηλικία τους, αντιστοιχούσαν σε σχήματα γεωμετρικής καθαρότητας και σε μεγαλύτερες ηλικίες σε εικαστικές προσεγγίσεις, οι οποίες φαίνονταν ιδιαίτερα συναφείς με την εικαστική παραγωγή της μοντέρνας ζωγραφικής και της μοντέρνας πλαστικής. Σημαντικοί εκπρόσωποι της μοντέρνας τέχνης στην περιοχή των εικαστικών προσεγγίσεων, διέθεταν ισχυρή επαφή με το παιδαγωγικό σύστημα του Froebel είτε εξαιτίας της πρώιμης επαφής τους κατά τη νηπιακή τους ηλικία με τα νηπιαγωγεία του είτε ως στελέχη των παιδαγωγικών



δραστηριοτήτων των νηπιαγωγείων αυτών. Χαρακτηριστικά αναφέρουμε τους Vassily Kandinsky, Joan Miro, Piet Mondrian.

### **1.2. Η μέθοδος «Kindergarten», μια παντοτινή κληρονομιά**

Η πετυχημένη και ανθεκτική στον χρόνο μέθοδος του Νηπιαγωγείου (Kindergarten), η οποία βασιζόταν στη σχεδίαση και ήταν παιγνιώδης, δημιουργική και ανακαλυπτική, ενέπνευσε τον Mitchel Resnick, καθηγητή στο Ινστιτούτο Τεχνολογίας της Μασαχουσέτης (MIT), να δημιουργήσει μία ομάδα με σκοπό να επεκτείνει τη μέθοδο Kindergarten σε παιδιά μεγαλύτερης ηλικίας αλλά και σε ενήλικες, στο πλαίσιο μίας δια βίου εκπαίδευσης, το πνεύμα της οποίας αποτυπώθηκε στο όνομα που έδωσε ο Resnick στην ομάδα αυτή: «Lifelong Kindergarten» (Νηπιαγωγείο για πάντα).

Με αφετηρία τη διαπίστωση ότι το νηπιαγωγείο τείνει ολοένα και περισσότερο να μοιάζει με το υπόλοιπο σχολείο, ο Resnick (2007) υποστήριξε πως πρέπει να αντιστραφεί αυτή η τάση, ώστε η σχολική εκπαίδευση και η ζωή, γενικότερα, να μοιάσει περισσότερο στο νηπιαγωγείο, καθώς οι μέθοδοί του, που προάγουν τη δημιουργική σκέψη, ταιριάζουν περισσότερο στις ανάγκες του 21<sup>ου</sup> αιώνα, όπου ο άνθρωπος έρχεται σε επαφή με διαρκώς μεταβαλλόμενες και ενίοτε απροσδόκητες καταστάσεις και οφείλει να είναι επινοητικός και πολυμήχανος. Για να ανταπεξέλθει, όμως, στις απαιτήσεις του σήμερα ο μαθητής – μαχητής της ζωής, χρειάζεται να εξοπλίσει τη φαρέτρα του με σύγχρονα «εκπαιδευτικά όπλα». Ο Froebel έφτιαξε τα «δώρα», αξιοποιώντας τα διαθέσιμα υλικά της εποχής του. Τα ξύλινα τουβλάκια είναι μεν ιδανικά για την εκμάθηση εννοιών, όπως ο αριθμός, το σχήμα, το μέγεθος, στο πλαίσιο εργασιών του νηπιαγωγείου, όμως, στις μεγαλύτερες τάξεις, όπου οι μαθητές έρχονται αντιμέτωποι με πιο προχωρημένες έννοιες, χρειάζονται άλλα εργαλεία και υλικά.

### **1.3. Τα «δώρα» του Froebel στην ψηφιακή εκπαίδευση – Το Scratch**

Θεωρώντας ότι οι ψηφιακές τεχνολογίες μπορούν να συμβάλλουν ώστε η μέθοδος του Νηπιαγωγείου να επεκταθεί και σε μεγαλύτερες ηλικίες, ο Resnick με την ομάδα του MIT Media Lab, συνδυάζοντας τη φιλοσοφία των «δώρων» του Froebel με την τεχνολογία και τεχνογνωσία του 21<sup>ου</sup> αιώνα, δημιούργησαν το Scratch, μία γλώσσα οπτικού προγραμματισμού για τους υπολογιστές. Το Scratch είναι ένα ψηφιακό περιβάλλον πλούσιο σε πολυμέσα που χρησιμοποιεί για τον χειρισμό γραφικών, ήχων και βίντεο μια δομή εντολών, η οποία βασίζεται στο χτίσιμο με τουβλάκια (blocks). Καθώς οι νέοι δημιουργούν έργα Scratch, μαθαίνουν σημαντικές έννοιες στα μαθηματικά και την πληροφορική, ενώ αποκτούν, επίσης, μια βαθύτερη κατανόηση της διαδικασίας της τέχνης και της σχεδίασης (Peppler & Kafai, 2009).

Τη στροφή στο παρελθόν και τη μελέτη της ιστορίας της νηπιακής και πρώτης σχολικής εκπαίδευσης για την αναζήτηση στοιχείων που θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε βήματα εμπρός την εκπαίδευση του σήμερα υιοθέτησε και ο Miles Berry, ανώτερος Λέκτορας στο Πανεπιστήμιο του Roehampton, θεωρώντας τη δημιουργία του Scratch από την ομάδα του Resnick «Νηπιαγωγείο για πάντα!» κάθε άλλο παρά τυχαία. Ο Berry (2013) μιλά για την παντοτινή κληρονομιά του Froebel. Μελετώντας το έργο του πρωτοπόρου Γερμανού παιδαγωγού του 19<sup>ου</sup> αιώνα αναφέρεται σε πτυχές που θα μπορούσαν να συσχετιστούν με τη διδασκαλία της πληροφορικής και ειδικά με το Scratch. Στον νηπιακό του κήπο, ο Froebel έδινε έμφαση στην παροχή ενός περιβάλλοντος ιδιαίτερα πλούσιου σε ερεθίσματα, μέσα στο οποίο τα παιδιά μαθαίνουν περισσότερο μέσα από σκόπιμη εξερεύνηση και ανακάλυψη παρά μέσα από τη διδασκαλία. Το ίδιο μπορεί να επιτευχθεί και στη σφαίρα της εικονικής



πραγματικότητας μέσα από μία ποικιλία συσκευών και λογισμικών, τα οποία θα παρέχουν τα κίνητρα, θα προκαλούν και θα ενισχύουν τη φυσική περιέργεια του μαθητή. Το Scratch αποτελεί ένα τέτοιο πλούσιο εικονικό περιβάλλον.

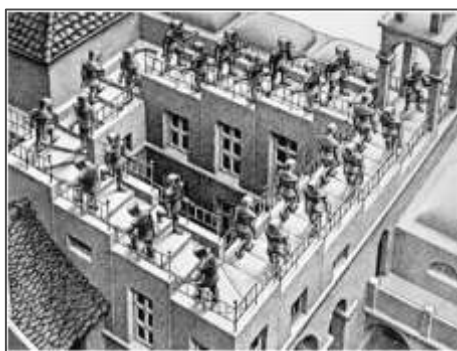
Τα γεωμετρικά ξύλινα τουβλάκια, πιθανώς τα πιο γνωστά από τα «δώρα» που εφηύρε ο Froebel, πρόδρομοι των σημερινών Lego, βοηθούν τα παιδιά να ανακαλύψουν ιδιότητες του σχήματος, του χώρου και της ύλης, να εκφραστούν δημιουργικά, αναπτύσσοντας λεπτές κινητικές δεξιότητες και να εργαστούν συλλογικά. Κατ' αντιστοιχία στον διαδικτυακό κόσμο, στο Scratch που ανήκει στις γλώσσες προγραμματισμού που βασίζονται στην ίδια λογική με τα τουβλάκια, τα παιδιά πειραματίζονται, συναρμολογώντας εικονικά τουβλάκια, κατασκευάζοντας τα δικά τους προγράμματα. Τέλος, ο Berry (2013) προτείνει ότι τη θεμελιακή θέση που κατέχει το παιχνίδι στην εκπαιδευτική φιλοσοφία όχι μόνο του Froebel αλλά, γενικότερα, όσων ασχολούνται, σε θεωρητικό και πρακτικό επίπεδο με την πρώιμη εκπαίδευση, θα μπορούσε στο σήμερα να πάρει ο προγραμματισμός καθώς, όπως και το παιχνίδι, επιτρέπει στα παιδιά να ελέγχουν τις ιδέες τους, να μαθαίνουν από τα λάθη τους, προάγει τη φαντασία και την ευελιξία του νου. «Πατώντας» πάνω στην πρόταση του Berry, θα παρουσιάσουμε, στο τέλος, τις προτεινόμενες παιγνιώδεις εκπαιδευτικές δραστηριότητες που εμπλέκουν την τέχνη, τα μαθηματικά και τον προγραμματισμό.

#### 1.4. Τέχνη, επιστήμες και εκπαίδευση

*«Οι μεγαλύτεροι επιστήμονες είναι και καλλιτέχνες»*

Albert Einstein

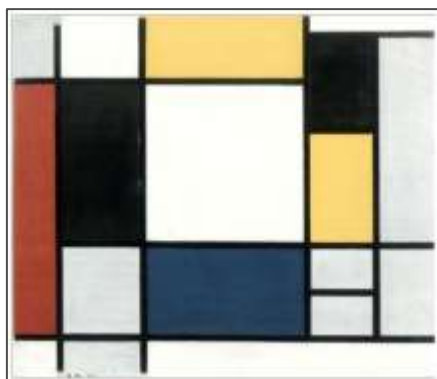
Η εγγενής διασύνδεση μεταξύ των τεχνών και των επιστημών είναι ένας τομέας έρευνας και πρακτικής που χάνεται στα βάθη της ιστορίας και πιστοποιείται από τη μελέτη του έργου μεγάλων στοχαστών, όπως ο Leonardo da Vinci (Atalay & Wamsley, 2008). Διάσημοι καλλιτέχνες χρησιμοποίησαν στα έργα τους τα μαθηματικά, όπως ο Mauritius Cornelis Escher (1898 – 1972).



Εικόνα 3. Πάνω και κάτω (Leonardi, 2016, σ. 233)

Ο Piet Mondrian, στην ώριμη περίοδο της ζωής του, ζωγράφιζε με αυστηρά γεωμετρικό στυλ. Οι πίνακές του αποτελούνταν μόνο από μαύρες κάθετες και οριζόντιες γραμμές σε λευκό φόντο, με ορισμένες από τις ορθογώνιες περιοχές, χρωματισμένες με τα βασικά χρώματα (Mondrian & Henkels, 1988).





Εικόνα 4. Σύνθεση με Κόκκινο, Κίτρινο και Μπλε (Fallahzadeh & Yousof, 2019, σ. 10)

Ένας μεγάλος αριθμός μελετών υποστηρίζει την ενσωμάτωση της Τέχνης στην εκπαίδευση των επιστημών, καθώς παρακινεί τους μαθητές, τούς βοηθά να μαθαίνουν, τούς ενδυναμώνει με δεξιότητες, όπως για την επίλυση προβλημάτων (Czerniak & Johnson, 2014), που μπορούν να μεταφερθούν και σε άλλα μαθήματα και αποτελούν σημαντικό κομμάτι της ζωής σε έναν σύγχρονο αναπτυσσόμενο κόσμο (West, 2000).

Υποστηρικτική της χρήσης των τεχνών στην εκπαιδευτική διαδικασία είναι και η σπουδή του Gardner (2011) πάνω στην ανθρώπινη νοημοσύνη. Ο Howard Gardner, αμφισβητώντας την κρατούσα αντίληψη περί ενιαίας νοημοσύνης, ανέπτυξε τη θεωρία της πολλαπλής νοημοσύνης, σύμφωνα με την οποία η ανθρώπινη νοημοσύνη είναι πολυδιάστατη και ο βαθμός ανάπτυξης των διαστάσεων αυτών διαφέρει από άτομο σε άτομο. Η θεωρία αυτή προτείνει ότι υπάρχουν πολλοί τρόποι για να μάθει κανείς. Οι μαθητές σκέφτονται, μαθαίνουν και εκφράζονται με πολλαπλούς τρόπους. Πέρα, όμως, από το να θεωρούμε τους μαθητές προικισμένους με διαφορετικές ικανότητες, η θεωρία του Gardner μάς βοηθά να σκεφτούμε την πιθανότητα ότι η κριτική και εις βάθος μάθηση απαιτεί από τους μαθητές να βασίζονται σε πολλαπλές μορφές γνώσης, συχνά ταυτόχρονα. Εδώ υπεισέρχεται ο ρόλος των τεχνών, οι οποίες, επειδή βασίζονται σε πολλαπλές μορφές μάθησης, ωθούν τους μαθητές να κάνουν συνδέσεις προς όλες τις κατευθύνσεις, ενισχύοντας τις δεξιότητες σκέψης ανώτερης τάξης (Brown & Terper, 2012), καλλιεργώντας συνδυαστικά τις διάφορες διαστάσεις της νοημοσύνης.

Ένας τομέας που έχει λάβει ιδιαίτερη προσοχή στις συζητήσεις για την εκπαίδευση και την εκπαιδευτική πολιτική είναι το κίνημα από το STEM στο STEAM (Maeda, 2013), μια πρωτοβουλία που υποστηρίζει την ενσωμάτωση των τεχνών στην εκμάθηση των κλάδων της επιστήμης, της τεχνολογίας, της μηχανικής και των μαθηματικών, προτείνοντας το ακρωνύμιο STEM (Science, Technology, Engineering & Math) να μετατραπεί σε STEAM, ενσωματώνοντας το «Α» που αντιπροσωπεύει την τέχνη (Art) και το σχέδιο (Ernest & Nemirovsky, 2016), το οποίο, ως δημιουργικός και ευέλικτος κλάδος, αποτελεί, σύμφωνα με τους Henriksen et al. (2019), την επιτομή του σκόπιμου θολώματος των ορίων μεταξύ των επιστημονικών τομέων.

### **1.5. Τέχνη και μαθηματικά: δύο κόσμοι διαφορετικοί;**

Η άποψη των περισσότερων ανθρώπων για την τέχνη και τα μαθηματικά είναι ότι δε θα μπορούσαν να είναι μεταξύ τους πιο διαφορετικά. Οι διαφορές μεταξύ των μαθηματικών και των τεχνών είναι προφανείς. Στα μαθηματικά, η γλώσσα και οι μεθοδολογίες είναι τυποποιημένες και πιο αντικειμενικές. Η τέχνη είναι πολύ πιο υποκειμενική, λιγότερο



ακριβής και τα κριτήρια για την αξιολόγηση της αξίας του έργου τέχνης δεν είναι ομοιόμορφα. Ενώ αυτή η επικρατούσα άποψη είναι, εν μέρει, αληθής, ποιος μαθηματικός δεν έχει θαυμάσει την ομορφιά μιας κομψής απόδειξης και ποιος σοβαρός καλλιτέχνης δεν έχει επίγνωση της σημασίας της φόρμας και της σύνθεσης σε ένα επιτυχημένο έργο τέχνης; Η τέχνη και τα μαθηματικά είναι, στην πραγματικότητα, δύο σε ένα και ένα σε δύο, όπως το γιν – γιαν, το σύμβολο του Ταοϊσμού που υποδηλώνει τη συμπληρωματική ένωση των αντιθέτων σε μία ολότητα (Farsi & Craft, 2005). Ομοίως, οι Tramonti et al. (2017) αναφέρονται στην τέχνη και τα μαθηματικά ως τις δύο όψεις του ίδιου νομίσματος, ο συνδυασμός των οποίων μπορεί να τις εμπλουτίσει αμφότερες.

Αναφορικά με τις ομοιότητες μεταξύ των μαθηματικών και της τέχνης, είναι σαφές ότι και οι δύο κλάδοι μοιράζονται μια υπέροχη δημιουργική πτυχή. Ενώ οι εξωτερικές εκφράσεις και οι τεχνικές της τέχνης και των μαθηματικών δεν θα μπορούσαν να είναι πιο διαφορετικές, η θεμελιώδης δημιουργικότητα που απαιτείται για να είσαι επαγγελματίας είναι κεντρική και στα δύο αντικείμενα. Μια άλλη έννοια που απαντάται τόσο στην τέχνη όσο και στα μαθηματικά είναι η ομορφιά, όχι όμως ως η πολιτισμικά καθορισμένη ιδέα του ευχάριστου ή του ελκυστικού αλλά με την έννοια που την περιγράφει ο Θωμάς Ακινάτης, χρησιμοποιώντας τον όρο «constantia», δηλαδή αρμονία ή συμμόρφωση με τους αιώνιους νόμους της μορφής (Farsi & Craft, 2005).

Μια αίσθηση καλλιτεχνικής ομορφιάς, που προκαλεί ακόμα και δέος, έχει η γλώσσα των μαθηματικών, όταν εξηγεί τους παγκόσμιους νόμους (Henriksen et al., 2019). Επίσης, μία μαθηματική απόδειξη χαρακτηρίζεται από κομψότητα, όταν είναι άμεση και απαιτεί τις λιγότερες υποθέσεις, ενώ η γεωμετρική διακόσμηση, που απαντάται συχνά στην ισλαμική τέχνη, δείχνει πώς οι γεωμετρικές μορφές έχουν μια εγγενή αισθητική έλξη (Farsi & Craft, 2005).

Ο Poincare (1910) αναφέρθηκε στη μαθηματική ομορφιά, την αρμονία των αριθμών, των μορφών και τη γεωμετρική κομψότητα, ενώ ο βραβευμένος με Νόμπελ φυσικός, Paul Dirac (1963), τόνισε ότι είναι σημαντικό να υπάρχει ομορφιά στις εξισώσεις.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η απόπειρα σύζευξης των φαινομενικά ετερόκλητων τομέων που αποτελούν η τέχνη και τα μαθηματικά, μέσα από τη συνεργασία μεταξύ ενός καλλιτέχνη (Owen Schuh) και ενός μαθηματικού (Satyan Devadoss), η οποία αφορούσε τη σύγχρονη έρευνα στα μαθηματικά, μέσα από τα μάτια ενός σύγχρονου εικαστικού καλλιτέχνη. Για να πετύχει, αυτή η συνεργασία έπρεπε να ολοκληρωθεί, με τον μαθηματικό να συμμετέχει στην καλλιτεχνική διαδικασία και τον καλλιτέχνη να ασχοληθεί με τα μαθηματικά. Το αποτέλεσμα ήταν ένα ζωγραφικό τρίπτυχο με τίτλο «The Cartography of Tree Space» (Η χαρτογράφηση του δενδροχώρου). Στο τέλος αυτής της συνεργασίας, ο μαθηματικός είχε να πει κάτι περισσότερο για την τέχνη και ο καλλιτέχνης είχε περισσότερα πράγματα να ρωτήσει για τα μαθηματικά (Devadoss & Schuh, 2019).





Εικόνα 5. Η χαρτογράφηση του δενδροχώρου (Devadoss & Schuh, 2019, σ. 282)

### 1.6. Η ενσωμάτωση της τέχνης στη διδασκαλία των μαθηματικών

«Είναι Πέμπτη και η τάξη της τέταρτης δημοτικού βαδίζει χαρούμενη στην αίθουσα τέχνης. Τα παιδιά χαίρονται, γιατί για μια ολόκληρη ώρα μπορούν να ξεχάσουν το διάβασμα και τα μαθηματικά και να ασχοληθούν με δελεαστικά υλικά, όπως χρωματιστά χαρτιά, παπιέ μασέ, μπογιές και πηλό» (Efland, 1976: 37).

Στα παιδιά αρέσει πολύ η ζωγραφική. Όποτε έχουν ελεύθερο χρόνο στην τάξη, ζητούν να ζωγραφίσουν. Από την άλλη μεριά, μεταξύ όλων των σχολικών μαθημάτων, τα μαθηματικά είναι αυτά που πυροδοτούν τα πιο έντονα αρνητικά συναισθήματα (Buxton, 1981). Το άγχος για τα μαθηματικά προκαλεί φόβο (Whyte, 2009), συναισθηματική και ψυχική αγωνία (Wu, Amin, Malcarne, & Menon, 2012), πανικό, ακόμα και παράλυση (Tobias & Weissbord, 1980).

Δημιουργείται, λοιπόν, η σκέψη να διοχετευτεί αυτή η περίσσεια ενθουσιασμού, ευφορίας και η εν γένει θετική διάθεση από την ενασχόληση με την τέχνη στο, κατά γενική ομολογία, όχι και τόσο ελκυστικό μάθημα των μαθηματικών. Όπως αναφέρει ο Forseth (1980), καλλιτεχνικές εμπειρίες έχουν χρησιμοποιηθεί συχνά σε μαθήματα μαθηματικών στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση για να ενισχύσουν τις εμπειρίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά κατά την εκμάθηση των μαθηματικών και οι οποίες σχετίζονται με τη μετάβαση από το συγκεκριμένο στο αφηρημένο. Επίσης, έχουν χρησιμοποιηθεί για την ανάπτυξη δεξιοτήτων επίλυσης προβλημάτων και για την παροχή ευχάριστων εμπειριών στα παιδιά όταν ασχολούνται με τα μαθηματικά (Swartz, 1968).

Ένα παράδειγμα ενσωμάτωσης της τέχνης στην εκμάθηση των μαθηματικών με τη χρήση της τεχνολογίας αποτελεί το Scratch, μία γλώσσα οπτικού προγραμματισμού. Το Scratch επιτρέπει στους νέους, συνδυάζοντας μια πλούσια ποικιλία ψηφιακών μέσων, όπως ήχοι, εικόνες, σχέδια, φωτογραφίες, να δημιουργούν με ευκολία τα δικά τους διαδραστικά έργα και να κάνουν τέχνη. Καθώς οι νέοι δημιουργούν έργα Scratch, μαθαίνουν σημαντικές έννοιες στα μαθηματικά και την πληροφορική, ενώ αποκτούν, επίσης, μια βαθύτερη κατανόηση της διαδικασίας της τέχνης και της σχεδίασης (Perpler & Kafai, 2009).

Οι Budinski et al. (2019), στη μελέτη περίπτωσης που διεξήγαγαν, εφάρμοσαν μία διδακτική προσέγγιση, που συνδυάζει τα μαθηματικά, την τέχνη και την τεχνολογία. Χρησιμοποίησαν το Scratch ως γλώσσα προγραμματισμού για την εκμάθηση μαθηματικών εννοιών μέσα από δημιουργικές καλλιτεχνικές δράσεις. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι αυτός ο ασυνήθιστος εκπαιδευτικός συνδυασμός μαθηματικών, τέχνης και τεχνολογίας που πρότεινε η συγκεκριμένη διδακτική προσέγγιση βοήθησε τους μαθητές να



κατανοήσουν βασικές μαθηματικές έννοιες, τούς μετέδωσε ενθουσιασμό και ενθάρρυνε την περιέργειά τους να ασχοληθούν με δύσκολα αντικείμενα.

## **2. Η διδακτική παρέμβαση**

Στο πλαίσιο της μελέτης μας ασχοληθήκαμε με την περίπτωση του Ολλανδού ζωγράφου, Piet Mondrian, ο οποίος είχε γαλουχηθεί με τις αξίες του παιδαγωγικού συστήματος του Froebel και υπήρξε στέλεχος σε Kindergarten. Έργα του με τον τίτλο «Συνθέσεις», από την περίοδο 1919 – 1938 στο Παρίσι, τράβηξαν το ενδιαφέρον της μαθηματικής κοινότητας και έγιναν πηγή έμπνευσης για τη δημιουργία παιχνιδιών και γρίφων, που συνδύαζαν με παιγνιώδη τρόπο τα μαθηματικά και τη ζωγραφική. Οι πίνακες αυτοί είναι αρκετά απλοί, από πλευράς γεωμετρίας, και μπορούν εύκολα να αναπαραχθούν σε μια οθόνη υπολογιστή. Είναι, επίσης, αρκετά καλά καθορισμένοι, ώστε τα στοιχεία από τα οποία αποτελούνται, οι μαύρες γραμμές, μπορούν να μετακινηθούν περιορισμένα, χωρίς να καταστρέψουν την ουσιαστική δομή ή τη σύνταξη της εικόνας (McManus et al., 1993). Αυτή τη δυνατότητα αξιοποιήσαμε, για να εμπλέξουμε στις προτεινόμενες δραστηριότητες, την τέχνη με τα μαθηματικά, χρησιμοποιώντας τον προγραμματισμό, όπως προτείνει ο Berry (2013) και προαναφέραμε, ώστε η σύζευξη αυτή να γίνει με τρόπο παιγνιώδη.

### **2.1. Στοιχεία υλοποίησης της διδακτικής πρότασης**

Η προτεινόμενη διδακτική πρόταση αφορά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση και, ειδικότερα, την Ε' τάξη του δημοτικού, καθώς εστιάζει σε γεωμετρικές έννοιες που περιλαμβάνονται στο πρόγραμμα σπουδών για τα μαθηματικά της πέμπτης δημοτικού. Έχει διαθεματικό χαρακτήρα, όπως υπαγορεύει το ΔΙΑΘΕΜΑΤΙΚΟ ΕΝΙΑΙΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ (Δ.Ε.Π.Π.Σ.) και τα ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΠΟΥΔΩΝ (Α.Π.Σ.) που προτείνει το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο για την υποχρεωτική εκπαίδευση, καθώς εμπλέκει ενεργά τρία γνωστικά αντικείμενα: τα μαθηματικά, την πληροφορική και τα εικαστικά. Η θέσπιση διεπιστημονικών εκπαιδευτικών στόχων ενισχύει, αφενός, τη διασύνδεση των προγραμμάτων σπουδών αλλά και το περιεχόμενο καθενός ξεχωριστά, προσδίδοντας στην εκμάθησή του ιδιαίτερο νόημα και αξία (Fitzpatrick, 1998). Ο 21<sup>ος</sup> αιώνας, άλλωστε, απαιτεί ολοένα και περισσότερο διεπιστημονικές προσεγγίσεις για την επίλυση σύνθετων κοινωνικών, επιστημονικών και πολιτιστικών προβλημάτων (Brown & Tepper, 2012).

### **2.2. Στόχοι – Επιδιώξεις**

Με την προτεινόμενη διδακτική πρόταση επιδιώκουμε με τη χρήση υπολογιστή:

- να αναδειχτεί η χρησιμότητα των εικαστικών τεχνών στη διδασκαλία των μαθηματικών.
- να αντλήσουν οι μαθητές απόλαυση από την εφαρμογή των εικαστικών τεχνών στη διδασκαλία των μαθηματικών.

### **2.3. Διδακτικό υλικό**

Για την υλοποίηση των προτεινόμενων δραστηριοτήτων δημιουργήθηκαν από τους συγγραφείς τρία φύλλα εργασίας (βλ. Παράρτημα).

Η δραστηριότητα που παρουσιάζεται στο 1<sup>ο</sup> φύλλο εργασίας βασίστηκε σε ιδέα των Pierson et al. (2019), η οποία προσαρμόστηκε στο περιβάλλον προγραμματισμού Scratch. Οι μαθητές ασκούνται στην έννοια της καθετότητας, δημιουργώντας με τον υπολογιστή ένα έργο τέχνης, εμπνευσμένο από τις συνθέσεις του Mondrian.





Η δραστηριότητα που παρουσιάζεται στο 2<sup>ο</sup> φύλλο εργασίας είναι ένα παιχνίδι, το «Mondrian Math», το οποίο δημιουργήθηκε ως μέρος μιας σειράς παιχνιδιών που επικεντρώνονται στην ενσωμάτωση των μαθηματικών σε άλλους τομείς, όπως η τέχνη. Οι μαθητές, με παιγνιώδη τρόπο, κατασκευάζουν ενεργά τη γνώση των εννοιών του εμβαδού και της περιμέτρου, καθώς εξερευνούν έργα τέχνης του Piet Mondrian (Johnston & Ward, 2018).

Η δραστηριότητα που παρουσιάζεται στο 3<sup>ο</sup> φύλλο εργασίας είναι ένας γρίφος, το «Mondrian Puzzle», ένα πρόβλημα που βασίζεται σε έργα του Ολλανδού ζωγράφου. Η ιδέα αυτού του γρίφου είναι ότι ένας κριτικός τέχνης διέταξε τον Mondrian να δημιουργεί σε τετράγωνους καμβάδες, πίνακες με ορθογώνια σχήματα, όλα διαφορετικά μεταξύ τους (O'Kuhn, 2018).

#### **2.4. Διδακτικά θήματα**

Όπως προαναφέραμε, η προτεινόμενη διδακτική πρόταση εμπλέκει τρία γνωστικά αντικείμενα. Προϋποθέτει, λοιπόν, τη συνεργασία του εκπαιδευτικού της τάξης με τους εκπαιδευτικούς των ειδικοτήτων της πληροφορικής και των εικαστικών. Οι μαθητές, στο πλαίσιο του μαθήματος της πληροφορικής, θα πρέπει να ασκηθούν στη σχεδίαση στο περιβάλλον οπτικού προγραμματισμού Scratch, ενώ, παράλληλα, στο μάθημα των εικαστικών, να έρθουν σε επαφή με το έργο του Ολλανδού ζωγράφου, Piet Mondrian. Κατόπιν, στο μάθημα των μαθηματικών, θα υλοποιηθούν οι διδακτικές δραστηριότητες που προαναφέραμε.

Για την υλοποίηση της διδακτικής πρότασης προτείνεται να χρησιμοποιηθεί το εργαστήριο πληροφορικής, την προετοιμασία του οποίου θα αναλάβει ο καθηγητής πληροφορικής. Ειδικότερα, πριν την έναρξη των διδασκαλιών να εξασφαλιστεί ότι κάθε σταθμός εργασίας διέθετε πλήρως λειτουργική οθόνη, πληκτρολόγιο και ποντίκι, όπως, επίσης, και ότι υπάρχει εγκατεστημένη η έκδοση του περιβάλλοντος οπτικού προγραμματισμού Scratch.

Οι δραστηριότητες παρουσιάζονται βήμα – βήμα στα φύλλα εργασίας (βλ. Παράρτημα), τα οποία λαμβάνουν οι μαθητές σε έντυπη μορφή. Τυχόν απορίες επιλύονται από τον εκπαιδευτικό της τάξης και τον καθηγητή της πληροφορικής, οι οποίοι παρέχουν υποστηρικτικό ρόλο στη διαδικασία, δίνοντας οδηγίες αρχικά στην ολομέλεια της τάξης και, κατόπιν, επισκεπτόμενοι τους σταθμούς εργασίας ελέγχουν την πρόοδο των δραστηριοτήτων. Για την ολοκλήρωση κάθε δραστηριότητας απαιτείται μία διδακτική ώρα (45').

#### **2.5. Αξιολόγηση**

Η αξιολόγηση της χρησιμότητας και της απόλαυσης που άντλησαν οι μαθητές από τις εικαστικές δραστηριότητες, με τις οποίες εμπλουτίστηκε η διδασκαλία των μαθηματικών, προτείνεται να γίνει με ενδεικτικά εργαλεία, τις κλίμακες «χρησιμότητα» και «απόλαυση», από το ερωτηματολόγιο των Sáez-López, Román-González και Vázquez-Cano (2016) για τον οπτικό προγραμματισμό, προσαρμοσμένες ώστε να αφορούν στις εικαστικές δραστηριότητες που υλοποιήθηκαν στο πλαίσιο της παρούσας διδακτικής πρότασης (βλ. Παράρτημα). Επίσης, για να αντληθούν πληροφορίες σε βάθος και να εξεταστεί λεπτομερώς το πώς σκέφτονται και αισθάνονται οι μαθητές, προτείνονται οι ομάδες εστίασης (focus group), καθώς αποτελούν μια ερευνητική μέθοδο παραγωγής πλούσιων ποιοτικών δεδομένων, μέσα από μια διαδικασία διάδρασης των συμμετεχόντων (Ισαρη & Πουρκός, 2016: 103), η οποία



μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε συνδυασμό με ποσοτικές μεθόδους για τη διασταύρωση των ερευνητικών αποτελεσμάτων (Ιωσηφίδης, 2008; Gammie et al., 2017).

### Βιβλιογραφικές αναφορές

- Atalay, B., & Wamsley, K. (2008). *Leonardo's universe: the Renaissance world of Leonardo da Vinci*. National Geographic Books.
- Berry, M. (2013). *Computing: it's not just what we teach but how we teach it*.
- Brown, A. S., & Tepper, S. J. (2012). *Placing the arts at the heart of the creative campus*. New York, NY: Association of Performing Arts Presenters.
- Budinski, N., Lavicza, Z., Fenyvesi, K., & Novta, M. (2019). Mathematical and Coding Lessons Based on Creative Origami Activities. *Open Education Studies*, 1(1), 220-227. Schoevers, E. M.
- Buxton, L. (1981). *Do you panic about maths?: coping with maths anxiety*. Heinemann Educational Books.
- Czerniak, C. M., & Johnson, C. C. (2014). Interdisciplinary science teaching. In *Handbook of Research on Science Education, Volume II* (pp. 409-425). Routledge.
- Devadoss, S. L., & Schuh, O. (2019). Cartography of tree space. *Leonardo*, 52(3), 279-283.
- Dirac, P. A. M. (1963). The evolution of the physicist's picture of nature. *Scientific American*, 208(5), 45-53.
- Efland, A. (1976). The school art style: A functional analysis. *Studies in art education*, 17(2), 37-44.
- Elster, C. (2014). Retracing the Roots of Kindergarten as an Art & Design Academy Ryan Kurada Sonoma State University.
- Ernest, J. B., & Nemirovsky, R. (2016). Arguments for integrating the arts: Artistic engagement in an undergraduate foundations of geometry course. *Primus*, 26(4), 356-370.
- Fallahzadeh, A., & Yousof, G. S. (2019). Piet Mondrian, early Neo-Plastic compositions, and six principles of Neo-Plasticism. *Rupkatha Journal on Interdisciplinary Studies in Humanities*, 11(3), 1-18.
- Farsi, C., & Craft, D. (2005). One in two, two in one: Mathematics and the Arts. *Math Horizons*, 12(3), 12-15.
- Fitzpatrick, K. A., & Fitzpatrick, K. A. (1998). *Indicators of schools of quality: Schoolwide indicators of quality*. National Study of School Evaluation.
- Forseth, S. D. (1980). Art activities, attitudes, and achievement in elementary mathematics. *Studies in Art Education*, 21(2), 22-27.
- Fox, J. E., & Berry, S. (2008). Art in early childhood: Curriculum connections. *Excellence Learning Corporation*.
- Froebel, F. (1887). *The education of man* (W. N. Hailmann, Trans.). New York and London: D. Appleton and Company (Original work published 1826).
- Froebel, F. (1899). *Fredrich Froebel's education by development* (J. Jarvis, Trans.). New York, NY: D.
- Gammie, E., Hamilton, S., & Gilchrist, V. (2017). Focus group discussions. In *The Routledge companion to qualitative accounting research methods* (pp. 372-386). Routledge.
- Gardner, H. E. (2011). *Frames of mind: The theory of multiple intelligences*. Basic books.
- Henriksen, D., Mehta, R., & Mehta, S. (2019). Design thinking gives STEAM to teaching: A framework that breaks disciplinary boundaries. In *STEAM education* (pp. 57-78). Springer, Cham.



- Johnston, E., & Ward, E. K. (2018). Mondrian Math: An Artful Exploration of Area and Perimeter. *Ohio Journal of School Mathematics*.
- Kelly, A. R., & Jerry, A. (2009). Play, unity and symbols: Parallels in the works of Froebel and Jung. *International Journal of Psychology and Counselling*, 1(1), 001-004.
- Leonardi, E. (2016). Borges y Escher: el laberinto Barroco y las paradojas de la percepción del neo-Barroco. *Hipogrifo: Revista De Literatura Y Cultura Del Siglo De Oro*, 4(2), 219-235.
- Leseman, P. P., & Kroesbergen, E. H. (2020). Enriching mathematics education with visual arts: Effects on elementary school students' ability in geometry and visual arts. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(8), 1613-1634.
- Liebschner, J. (1983). *Froebel on education*.
- Maeda, J. (2013). Stem+ art= steam. *The STEAM journal*, 1(1), 34.
- McManus, I. C., Cheema, B., & Stoker, J. (1993). The aesthetics of composition: A study of Mondrian. *Empirical Studies of the Arts*, 11(2), 83-94.
- Mondrian, P., & Henkels, H. (1988). *Mondrian: From Figuration to Abstraction*. Thames and Hudson.
- O'Kuhn, C. (2018). The Mondrian puzzle: A connection to number theory. *arXiv preprint arXiv:1810.04585*.
- Peppler, K., & Kafai, Y. (2009). *Making games, art, and animations with Scratch*.
- Pierson, K., Demars, K., & Perilloux, D. (χ.χ.). *Math, Measurement, Masterpiece! Using Art as a Platform for Math*.
- Poincaré, H. (1910). Mathematical creation. *The Monist*, 321-335.
- Provenzo Jr, E. F. (2009). Friedrich Froebel's Gifts: Connecting the Spiritual and Aesthetic to the Real World of Play and Learning. *American Journal of Play*, 2(1), 85-99.
- Resnick, M. (1998). Technologies for lifelong kindergarten. *Educational technology research and development*, 46(4), 43-55.
- Resnick, M. (2007, June). All I really need to know (about creative thinking) I learned (by studying how children learn) in kindergarten. In *Proceedings of the 6th ACM SIGCHI Conference on Creativity & Cognition* (pp. 1-6).
- Strauch-Nelson, W. (2012). Reuniting art and nature in the life of the child. *Art Education*, 65(3), 33-38.
- Swartz, E. (1968). Interrelationships between mathematics and art for the kindergarten. *The Arithmetic Teacher*, 15(5), 420-421.
- Tobias, S., & Weissbrod, C. (1980). Anxiety and mathematics: An update. *Harvard Educational Review*.
- Tramonti, M., Paneva-Marinova, D., & Pavlov, R. (2017, September). Math and Art Convergence for Education. In *CBU International Conference Proceedings* (Vol. 5, pp. 851-854).
- West, D. D. (2000). An Arts Education: A Necessary Component to Building the Whole Child. *Educational Horizons*, 78(4), 176-78.
- Whyte, J., & Anthony, G. (2012). Maths anxiety: The fear factor in the mathematics classroom. *New Zealand Journal of Teachers' Work*, 9(1), 6-15.
- Wu, S., Amin, H., Barth, M., Malcarne, V., & Menon, V. (2012). Math anxiety in second and third graders and its relation to mathematics achievement. *Frontiers in psychology*, 3, 162.
- Zuckerman, O. (2010). Designing digital objects for learning: lessons from Froebel and Montessori. *International Journal of Arts and Technology*, 3(1), 124-135.
- Ίσαρη, Φ., & Πουρκός, Μ. (2016). *Ποιοτική μεθοδολογία έρευνας*.



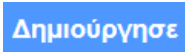


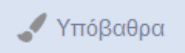




Ιωσηφίδης, Θ. (2008). *Ποιοτικές μέθοδοι έρευνας στις κοινωνικές επιστήμες*.

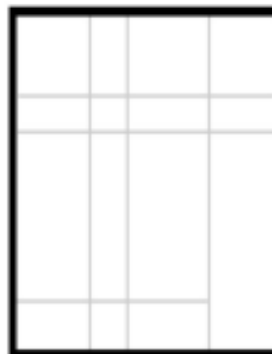
Υπουργείο Παιδείας, Δια Βίου Μάθησης και Θρησκευμάτων. (2003). *ΔΙΑΘΕΜΑΤΙΚΟ ΕΝΙΑΙΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ (ΔΕΠΠΣ) και ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΠΟΥΔΩΝ (ΑΠΣ) ΥΠΟΧΡΕΩΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ*. Αθήνα: Παιδαγωγικό Ινστιτούτο.





## Παράρτημα Φύλλο εργασίας 1.

Με τη βοήθεια του Scratch θα φτιάξεις ένα έργο αφηρημένης τέχνης!

- Πήγαινε στην ιστοσελίδα του Scratch: <http://scratch.mit.edu>
- Κάνε κλικ στην καρτέλα για  να δημιουργήσεις ένα νέο έργο.
- Κάνε κλικ στο εικονίδιο  κάτω δεξιά στην οθόνη για να προσθέσεις υπόβαθρο. Επίλεξε το πλέγμα Χγ-grid-20px (είναι το προτελευταίο)
- Επειδή δε θα χρειαστούμε τη γατούλα, εξαφάνισέ τη κάνοντας κλικ στο «x» 
- Κάνε κλικ στην καρτέλα  για να εμφανιστεί το πλέγμα
- Με το εικονίδιο  σχεδιάζεις γραμμές πάνω στο πλέγμα
- Διαλέγεις χρώμα για τη γραμμή από το βελάκι στο «Γέμισμα»  και με το εικονίδιο  μπορείς να γεμίσεις με χρώμα μία περιοχή!
- Βάλε τα τρία βασικά χρώματα: **κίτρινο, κόκκινο, μπλε** στη σειρά, ξεκινώντας από αυτό που σου αρέσει περισσότερο: ..... , ..... , ..... .
- Επίλεξε το εικονίδιο  για να σχεδιάσεις στο πλέγμα τουλάχιστο 6 οριζόντιες και κάθετες μαύρες γραμμές. Μπορείς να τις χαράξεις οπουδήποτε στο πλέγμα, αρκεί να είναι οριζόντιες ή κάθετες και να τέμνονται.



- Με το εικονίδιο  γεμίζεις με χρώμα τετράγωνες ή ορθογώνιες περιοχές που έχουν δημιουργηθεί από τις μαύρες γραμμές που έχεις προηγουμένως χαράξει. Πρόσεξε όμως! Όπως είπαμε πριν, ακολουθούμε οδηγίες, δεν είμαστε αφηρημένοι καλλιτέχνες!!! Λοιπόν, πρέπει με το πιο αγαπημένο σου χρώμα να καλύψεις μεγαλύτερη επιφάνεια και με το λιγότερο αγαπημένο σου χρώμα να χρωματίσεις μικρότερη επιφάνεια. Χμ... αυτό θυμίζει μαθηματικά... Μα φυσικά! Είναι τα εμβαδά που μάθαμε στη γεωμετρία. Πώς μπλέκονται οι τέχνες με τα μαθηματικά! Με το μαγικό το βελάκι  μπορείς να αλλάξεις τις περιοχές που χρωμάτισες μέχρι να σε ικανοποιεί η σύνθεσή σου.
- Τις περιοχές που θα παραμείνουν αχρωμάτιστες, τις γεμίζεις με το λευκό χρώμα για να καλύψεις και τις γραμμές του πλέγματος.
- Όταν τελειώσεις, κοίταξε το έργο σου και φαντάσου τι θα μπορούσε να αναπαριστά από τον πραγματικό κόσμο. Αυτό θα σε βοηθήσει να του δώσεις έναν τίτλο. Να είσαι έτοιμος/η να το περιγράψεις στους συμμαθητές σου!

Έγινες ένας διάσημος αφηρημένος καλλιτέχνης!



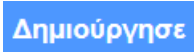
## Φύλλο εργασίας 2.


### Παίζουμε Mondrian Math?

Οι κανόνες του παιχνιδιού

- Το παιχνίδι παίζεται με ομάδες των 2 – 3 παικτών.
- Κάθε ομάδα έχει έναν υπολογιστή και ακολουθώντας τις παρακάτω οδηγίες φτιάχνει το πλέγμα του παιχνιδιού.

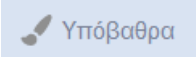
Από την ιστοσελίδα του Scratch: <http://scratch.mit.edu> κάνουμε

κλικ στην καρτέλα  για να δημιουργήσουμε ένα νέο έργο.

Κάνουμε κλικ στο εικονίδιο  κάτω δεξιά στην οθόνη για να προσθέσουμε υπόβαθρο. Επιλέγουμε το πλέγμα Xy-grid-20px



Επειδή δε θα χρειαστούμε τη γατούλα, κάνουμε κλικ στο «x»

Κάνουμε κλικ στην καρτέλα  για να εμφανιστεί το πλέγμα

Με το εικονίδιο  σχεδιάζουμε γραμμές πάνω στο πλέγμα

Διαλέγουμε χρώμα για τη γραμμή από το βελάκι στο «Γέμισμα»



και με το εικονίδιο  γεμίζουμε με χρώμα μία περιοχή!



- Κάθε παίκτης παίρνει από ένα φύλλο όπου σημειώνει τα σκορ.
- Κάθε παίκτης διαλέγει ένα από τα τρία βασικά χρώματα:

**κόκκινο, μπλε ή κίτρινο.**

- Κάθε ομάδα επιλέγει έναν από τους τέσσερις στόχους του παιχνιδιού:  
ελάχιστο εμβαδό, μέγιστο εμβαδό, ελάχιστη περίμετρος ή μέγιστη περίμετρος.
- Με τη σειρά του κάθε παίκτης ρίχνει ταυτόχρονα και τα 4 ζάρια, υπολογίζει το άθροισμά τους και με το χρώμα του σχεδιάζει στο πλέγμα ένα ορθογώνιο που να έχει περίμετρο ή εμβαδό ίσο με το άθροισμα που έφεραν τα ζάρια. Μέσα στο σχήμα σημειώνει τον αριθμό του γύρου του παιχνιδιού.
- Στο φύλλο των σκορ, κάθε παίκτης συμπληρώνει δίπλα σε κάθε γύρο το άθροισμα που έφεραν τα ζάρια καθώς και το εμβαδό και την περίμετρο του ορθογώνιου που σχεδίασε βάσει αυτού του αθροίσματος.
- Μόλις συμπληρωθούν οι 5 γύροι οι παίκτες υπολογίζουν το άθροισμα κάθε στήλης στο φύλλο των σκορ.
- Νικητής είναι ο παίκτης ο οποίος έχει επιτύχει τον στόχο που είχε ορίσει η ομάδα στην αρχή του παιχνιδιού.

Για σκύψτε τώρα πάνω από το πλέγμα σας... Τι έχουμε εδώ; Ορθογώνια στα βασικά χρώματα. Χμ... έτσι εξηγείται ο τίτλος του παιχνιδιού! Τραβήξτε μερικές μαύρες γραμμές οριζόντιες ή κάθετες και θα διαπιστώσετε άλλη μια φορά πώς μπλέκονται η Τέχνη με τα Μαθηματικά! Ξυράφι στη Γεωμετρία θα ήταν ο Mondrian !!!





**Φύλλο καταγραφής των σκορ.**

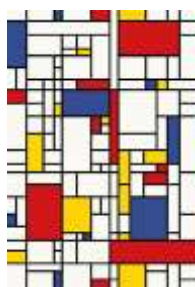
Χρώμα παίκτη	<b>κόκκινο</b>	<b>μπλε</b>	<b>κίτρινο</b>
Στόχος παιχνιδιού	Ελάχιστο εμβαδό	Μέγιστο εμβαδό	Ελάχιστη περίμετρος Μέγιστη περίμετρος

	Άθροισμα ζαριών	Εμβαδό	Περίμετρος
1 <sup>ος</sup> γύρος			
2 <sup>ος</sup> γύρος			
3 <sup>ος</sup> γύρος			
4 <sup>ος</sup> γύρος			
5 <sup>ος</sup> γύρος			
Σύνολο:			



### Φύλλο εργασίας 3

#### Mondrian Art Puzzles



Οι πίνακες αφηρημένης τέχνης του Ολλανδού ζωγράφου Mondrian αποτέλεσαν την πηγή έμπνευσης για το μαθηματικό παιχνίδι! Άλλη μια φορά οι κόσμοι των μαθηματικών και των τεχνών συναντιούνται για να μας διασκεδάσουν και να μας διδάξουν μέσα από ένα παιχνίδι – πρόκληση και μάλιστα διπλή!



- Πήγαινε στην ιστοσελίδα <http://scratch.mit.edu>
- Κάντε κλικ στην καρτέλα Αρχείο και κατόπιν επίλεξε: Φόρτωση από τον υπολογιστή σου. Άνοιξε το αρχείο: Mondrian Art Puzzles



Θα εμφανιστεί ένα πλέγμα στο οποίο έχουν σχεδιαστεί **τετράγωνα**


Οι κανόνες του παιχνιδιού

- Ολόκληρο το **τετράγωνο** πρέπει να καλυφθεί από ορθογώνια σχήματα (τετράγωνα /ορθογώνια παραλληλόγραμμα)
- Τα σχήματα δεν πρέπει να επικαλύπτονται.
- Δύο σχήματα δεν μπορούν να έχουν τις ίδιες διαστάσεις.
- Το σκορ που πετυχαίνεις είναι η διαφορά του εμβαδού του μεγαλύτερου σχήματος με το εμβαδό του μικρότερου σχήματος

**1<sup>η</sup> πρόκληση:** Το σκορ σου πρέπει να είναι όσο το δυνατό μικρότερο!

Έχεις τρεις ευκαιρίες για να πετύχεις το χαμηλότερο σκορ.

**2<sup>η</sup> πρόκληση:** Αφού ολοκληρώσεις κάθε προσπάθειά σου, τη χρωματίζεις ως εξής: χρησιμοποιείς το μικρότερο δυνατόν αριθμό χρωμάτων και προσέχεις ώστε να μην είναι σε επαφή δύο σχήματα με το ίδιο χρώμα.

- Διαλέγεις **χρώμα** από το βελάκι στο «Γέμισμα»
- Με το εικονίδιο  μπορείς να γεμίσεις με χρώμα μία περιοχή!

Καλή προσπάθεια!☺





# Τέχνη & Μαθηματικά!



Οι παρακάτω ερωτήσεις σας ζητούν να αξιολογήσετε τη χρησιμότητα των εικαστικών δραστηριοτήτων που ενσωματώθηκαν στη διδασκαλία του μαθήματος των μαθηματικών καθώς και την απόλαυση που αντλήσατε από αυτές.



**ΚΛΙΜΑΚΑ**  
 1 = καθόλου  
 2 = λίγο  
 3 = μέτρια  
 4 = αρκετά  
 5 = πολύ



Η χρησιμότητα των εικαστικών δραστηριοτήτων	καθόλου ↔ πολύ				
1. Οι εικαστικές δραστηριότητες με βοήθησαν να καταλάβω τα μαθηματικά	1	2	3	4	5
2. Οι εικαστικές δραστηριότητες βοήθησαν στη βελτίωση της μαθησιακής μου απόδοσης.	1	2	3	4	5
3. Οι εικαστικές δραστηριότητες ήταν χρήσιμες.	1	2	3	4	5
Η απόλαυση από τις εικαστικές δραστηριότητες	καθόλου ↔ πολύ				
1. Χάρηκα	1	2	3	4	5
2. Απόλαυσα τη δραστηριότητα	1	2	3	4	5
3. Ενθουσιάστηκα	1	2	3	4	5
4. Παρακινήθηκα	1	2	3	4	5
5. Χαλάρωσα κι ένιωσα άνετα	1	2	3	4	5

